Open Access 2026-11-12
© Typotex Kiadó

Tartalomjegyzék

Előszó **1**

I. Fejezetek a klasszikus analízisből **3**

1. Topológia $\mathbb{R}^n$-ben **5**

2. Lebesgue-integrál, L^p- terek, paraméteres integrál **9**
2.1. Lebesgue-integrál, L^p terek 9
2.2. Paraméteres integrálok 12

3. A $C_0^\infty(\Omega)$ függvénytér **15**
3.1. Multiindexek 15
3.2. A kompakt tartójú sima függvények tere 16
3.3. Az egységapproximáció alkalmazása 18
3.4. Az egységosztás tétele 24

II. Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek **27**

4. Parciális differenciálegyenletek alapfogalmai, példák **29**
4.1. Motiváció 29
4.2. Alapfogalmak 30
4.2.1. Parciális differenciálegyenlet fogalma 30
4.2.2. Parciális differenciálegyenletek főbb típusai 31
4.2.3. Mellékfeltételek, korrekt kitűzésű feladatok 32
4.3. Néhány elemi úton megoldható egyenlet 34
4.3.1. Integrálható egyenletek 34
4.3.2. Közönséges differenciálegyenletre visszavezethető egyenletek 35
4.3.3. Új változók bevezetésével megoldható egyenletek . . . 36

www.interkonyv.hu
© Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

4.3.4. Elsőrendű lineáris egyenletek 38
4.4. Feladatok 41

5. A matematikai fizika néhány parciális differenciálegyenlete 45
5.1. Motiváció 45
5.2. A hővezetés matematikai leírása 46
5.2.1. Hővezetés egy dimenzióban 47
5.2.2. Hővezetés két és magasabb dimenzióban 51
5.2.3. Stacionárius hővezetés 54
5.2.4. A hővezetési egyenlet Einstein-féle levezetése 56
5.3. A hullámmozgás matematikai leírása 58
5.3.1. Az egydimenziós hullámegyenlet 58
5.3.2. Hullámegyenlet két és magasabb dimenzióban 63
5.4. További példák 65
5.4.1. Lineáris egyenletek 65
5.4.2. Nemlineáris egyenletek 67
5.4.3. Egyenletrendszerek 68
5.5. Feladatok 69

6. Másodrendű lineáris egyenletek kanonikus alakja 73
6.1. Az egyenletek osztályozása 73
6.2. Az egyenletek kanonikus alakja 76
6.3. Feladatok 85

7. A Laplace- és Poisson-egyenlet 87
7.1. Előkészületek 87
7.1.1. Fizikai háttér 88
7.1.2. Green-formulák 89
7.2. Speciális megoldások 92
7.2.1. Radiális megoldások 92
7.2.2. Alapmegoldás és Newton-potenciál 95
7.3. Klasszikus peremérték-feladatok 100
7.3.1. A klasszikus feladatok kitűzése 100
7.3.2. A megoldás egyértelműsége 102
7.3.3. Dirichlet-elv 106
7.4. Klasszikus sajátérték-feladatok 109
7.4.1. A klasszikus sajátérték-feladatok kitűzése 110
7.4.2. Sajátértékek, a változók szétválasztásának módszere . 112
7.4.3. Fourier-módszer 116
7.5. Harmonikus függvények 120
7.5.1. Maximum- és minimumelvek 120
7.5.2. A Dirichlet-feladat megoldásának egyértelműsége . . . 124
7.5.3. Harmonikus függvények további tulajdonságai 125

www.interkonyv.hu © Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

7.6. Green-függvény . . . 129
7.6.1. Green harmadik formulája . . . 129
7.6.2. A Green-függvény értelmezése és tulajdonságai . . . 131
7.6.3. Poisson-formula gömbön . . . 135
7.6.4. További példák Green-függvényekre . . . 141
7.7. Feladatok . . . 144

8. A hővezetési egyenlet 149
8.1. Fizikai motiváció . . . 149
8.2. Speciális megoldások . . . 150
8.2.1. Hasonlósági megoldások . . . 150
8.2.2. Alapmegoldás . . . 153
8.3. Cauchy-feladatok . . . 155
8.3.1. A klasszikus Cauchy-feladatok kitűzése . . . 155
8.3.2. A homogén egyenlet megoldása . . . 156
8.3.3. Duhamel-elv és az inhomogén egyenlet . . . 160
8.3.4. Egyértelműség . . . 162
8.3.5. Tyihonov példája . . . 166
8.4. Vegyes feladatok . . . 168
8.4.1. Maximum- és minimumelvek . . . 169
8.4.2. Egyértelműség . . . 171
8.4.3. Fourier-módszer . . . 175
8.5. Feladatok . . . 178

III. Disztribúcióelmélet 179

9. Disztribúcióelmélet 181
9.1. Motiváció . . . 181
9.2. A disztribúció fogalma, példák . . . 184
9.2.1. A disztribúció fogalma . . . 184
9.2.2. Példák . . . 187
9.3. Algebrai műveletek, disztribúció tartója . . . 190
9.3.1. Algebrai műveletek . . . 190
9.3.2. Disztribúció tartója . . . 191
9.4. Disztribúció deriváltja . . . 193
9.5. Disztribúciók direkt szorzata . . . 200
9.5.1. A direkt szorzat definíciója . . . 200
9.5.2. Műveleti tulajdonságok . . . 203
9.6. Disztribúciók konvolúciója . . . 205
9.6.1. Függvények konvolúciója . . . 205
9.6.2. Disztribúciók konvolúciója: definíció, példák . . . 208
9.6.3. Műveleti tulajdonságok . . . 213

www.interkonyv.hu © Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

9.7. Alapmegoldások 216
9.7.1. Példák alapmegoldásra 217
9.8. Feladatok 225

10. Általánosított Cauchy-feladatok hiperbolikus egyenletekre 231
10.1. Az általánosított Cauchy-feladat 232
10.2. A klasszikus Cauchy-feladat 236
10.3. Feladatok 241

11. Általánosított Cauchy-feladatok parabolikus egyenletekre 243
11.1. Az általánosított Cauchy-feladat 244
11.2. A klasszikus Cauchy-feladat 247
11.3. Feladatok 250

IV. Szoboljev-terek 251

12. Szoboljev-terek 253
12.1. A $H^1(\mathbb{R}^N)$ tér 254
12.2. A $H^1(\Omega)$ terek 258
12.3. A $H_0^1(\Omega)$ tér 263
12.4. A $H^2(\Omega)$ tér 264
12.5. A $H^1(\Omega)'$ és $H^{-1}(\Omega)$ duális terek 266
12.6. Feladatok 268

13. Elliptikus problémák 273
13.1. Dirichlet-feladat I 273
13.2. Dirichlet-feladat II 275
13.3. Neumann-feladat I 277
13.4. Neumann-feladat II 278
13.5. A Laplace-operátor spektráltétele 280
13.6. Feladatok 282

14. Evolúciós problémák 285
14.1. Hővezetési egyenlet 286
14.2. Hullámegyenlet 288

15. Útmutatások, megoldások 293
15.1. Megoldások a 9. fejezet feladataihoz 293
15.2. Megoldások a 10. fejezet feladataihoz 318
15.3. Megoldások a 11. fejezet feladataihoz 323
15.4. Útmutatások a 12. fejezet feladataihoz 326
15.5. Útmutatások a 13. fejezet feladataihoz 328

www.interkonyv.hu © Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László

Open Access 2026-11-12
© Typotex Kiadó

Irodalomjegyzék **331**

Tárgymutató **345**

Névmutató **353**

www.interkonyv.hu
© Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László