Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

Tartalomjegyzék

1. Előszó **1**

2. Halmazok, relációk, függvények **3**
2.1. Halmazok, relációk, függvények [A] . . . 3
2.1.1. Halmazok és relációk . . . 3
2.1.2. Relációk inverze és kompozíciója . . . 5
2.1.3. Függvények . . . 6
2.2. Feladatok . . . 8
2.3. Halmazok, relációk, függvények [E] . . . 9
2.3.1. Ekvivalencia és rendezési reláció . . . 9
2.3.2. Halmazok számossága . . . 11

3. Számhalmazok **13**
3.1. Valós számok [A] . . . 13
3.1.1. A valós számok axiómarendszere . . . 13
3.1.2. Természetes, egész és racionális számok . . . 15
3.1.3. Felső és alsó határ . . . 16
3.1.4. Intervallumok és környezetek . . . 17
3.1.5. Valós számok hatványai . . . 18
3.2. Feladatok . . . 19
3.3. Komplex számok [A] . . . 22
3.3.1. A komplex szám fogalma, műveletek . . . 22
3.3.2. Komplex számok trigonometrikus alakja . . . 23

4. Elemi függvények **27**
4.1. Valós-valós függvények alaptulajdonságai [A] . . . 27
4.2. Az elemi függvények [A] . . . 29
4.2.1. Hatványfüggvények . . . 29
4.2.2. Exponenciális és logaritmus függvények . . . 32

www.interkonyv.hu © Mezei István, Faragó István, Simon Péter

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

4.2.3. Trigonometrikus függvények és inverzeik 35
4.2.4. Hiperbolikus függvények és inverzeik 40
4.2.5. Néhány különleges függvény 43
4.3. Feladatok 46

5. Sorozatok, sorok **49**
5.1. Sorozatok, sorok [A] 49
5.1.1. A sorozat fogalma és tulajdonságai 49
5.1.2. Sorozat határértéke 51
5.1.3. Divergens sorozatok 52
5.1.4. Sorok 53
5.2. Feladatok 55
5.3. Sorozatok [E] 59
5.3.1. Sorozat konvergenciája 59
5.3.2. Műveletek konvergens sorozatokkal 60
5.3.3. Részsorozatok 61
5.3.4. Sorozat lim sup-ja és lim inf-je 63
5.3.5. Intervallumsorozat 64
5.3.6. Cauchy konvergenciakritérium 65
5.4. Sorok [E] 66
5.4.1. Sor konvergenciája 66
5.4.2. Konvergenciakritériumok 67
5.4.3. Végtelen sorok átrendezései 69

6. Folytonosság **71**
6.1. Folytonosság [A] 71
6.1.1. A folytonos függvény fogalma és tulajdonságai 71
6.1.2. A műveletek és a folytonosság kapcsolata 73
6.1.3. Intervallumon folytonos függvények tulajdonságai . . . 73
6.2. Feladatok 74
6.3. Folytonosság [E] 75
6.3.1. A folytonosság fogalma és az átviteli elv 75
6.3.2. Műveletek folytonos függvényekkel 76
6.3.3. Intervallumon folytonos függvények tulajdonságai . . . 77
6.3.4. Az inverzfüggvény folytonossága 78
6.3.5. Egyenletes folytonosság 79

7. Függvény határértéke **81**
7.1. Függvény határértéke [A] 81
7.1.1. „Végesben vett, véges” határérték 81
7.1.2. „Végtelenben vett”, illetve „nem véges” határérték . . . 83
7.1.3. Egyoldali határérték 85

www.interkonyv.hu © Mezei István, Faragó István, Simon Péter

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

7.2. Feladatok 87
7.3. Függvény határértéke [E] 89
7.3.1. A határérték általános definíciója és az átviteli elv . . 89
7.3.2. Műveletek függvények határértékével 91

8. Differenciálhatóság 93
8.1. Differenciálhatóság [A] 93
8.1.1. A derivált fogalma és geometriai jelentése 93
8.1.2. Elemi függvények deriváltja és a deriválási szabályok . 96
8.1.3. A derivált kapcsolata a függvény tulajdonságaival . . . 98
8.1.4. Többszörös derivált és a Taylor-polinom 100
8.1.5. L'Hospital-szabály 102
8.2. Feladatok 104
8.3. Differenciálhatóság [E] 107
8.3.1. A derivált fogalma és kapcsolata a folytonossággal . . 107
8.3.2. Műveletek differenciálható függvényekkel, deriválási szabályok 109
8.3.3. Lokális növekedés, fogyás, lokális szélsőérték 111
8.3.4. Középértéktételek 113
8.3.5. A globális monotonitás elégséges feltételei 115
8.3.6. Konvex és konkáv függvények 115
8.3.7. Taylor-formula 117
8.3.8. L'Hospital-szabály 119

9. Integrálhatóság, integrálszámítás 121
9.1. Integrálszámítás [A] 121
9.1.1. A Riemann-integrál fogalma és geometriai jelentése 121
9.1.2. A Riemann-integrál és a műveletek kapcsolata 124
9.1.3. Newton–Leibniz-formula 125
9.1.4. Primitív függvény 128
9.1.5. Az integrál alkalmazásai 129
9.1.6. Fourier-sor 137
9.1.7. Az improprius integrál 139
9.2. Feladatok 140
9.3. Integrálszámítás [E] 143
9.3.1. Az integrál fogalma 143
9.3.2. Az integrálhatóság feltételei 144
9.3.3. Műveletek és az integrál kapcsolata 146
9.3.4. Primitív függvény és a Newton–Leibniz-formula 148

10. Függvénysorozatok, függvénysorok 151

www.interkonyv.hu © Mezei István, Faragó István, Simon Péter

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

10.1. Függvénysorozatok, függvénysorok A . . . 152
10.1.1. Függvénysorozatok . . . 152
10.1.2. Függvénysorok . . . 156
10.1.3. Hatványsorok . . . 158
10.2. Feladatok . . . 159
10.3. Függvénysorozatok, függvénysorok E . . . 161
10.3.1. Függvénysorozatok . . . 161
10.3.2. Függvénysorok . . . 162
10.3.3. Hatványsorok, Taylor-sorok . . . 163

11. Többváltozós függvények 165
11.1. Többváltozós függvények A . . . 165
11.1.1. Az n-dimenziós tér . . . 165
11.1.2. Többváltozós függvények . . . 167
11.1.3. Határérték és folytonosság . . . 170
11.2. Feladatok . . . 172
11.3. Többváltozós függvények E . . . 174
11.3.1. Metrikus tér . . . 174
11.3.2. Nyílt és zárt halmazok; kompakt halmaz . . . 175
11.3.3. Folytonos függvények . . . 177
11.3.4. Fixponttétel . . . 178

12. Többváltozós differenciálás 181
12.1. Többváltozós deriválás A . . . 181
12.1.1. Parciális derivált . . . 181
12.1.2. Deriváltmátrix . . . 183
12.1.3. Érintő . . . 186
12.1.4. Szélsőérték . . . 187
12.2. Feladatok . . . 189
12.3. Többváltozós deriválás E . . . 195
12.3.1. Parciális derivált és deriváltmátrix . . . 195
12.3.2. Második derivált, Taylor-formula . . . 198
12.3.3. Szélsőérték . . . 201
12.3.4. Implicit- és inverzfüggvény tétel . . . 203
12.3.5. Feltételes szélsőérték . . . 207

13. Vonalintegrál 211
13.1. Vonalintegrál A . . . 211
13.1.1. A vonalintegrál fogalma és tulajdonságai . . . 211
13.1.2. Potenciál . . . 214
13.2. Feladatok . . . 216
13.3. Vonalintegrál E . . . 218

www.interkonyv.hu © Mezei István, Faragó István, Simon Péter

Open Access 2026-11-12 © Typotex Kiadó

13.3.1. A vonalintegrál fogalma és tulajdonságai 218
13.3.2. Potenciál 219

14. Differenciálegyenletek **225**
14.1. Differenciálegyenletek A 225
14.1.1. Alapfogalmak 225
14.1.2. Szétválasztható változójú differenciálegyenlet 226
14.1.3. Alkalmazás 227
14.2. Feladatok 228

15. Többváltozós függvény integrálja **231**
15.1. Többváltozós integrál A 231
15.1.1. A többváltozós integrál fogalma 231
15.1.2. Az integrál kiszámítása téglalapon és normáltartományon 232
15.1.3. Az integrál transzformációja 235
15.2. Feladatok 237

16. Vektoranalízis **241**
16.1. Vektoranalízis A 241
16.1.1. Térgörbék 241
16.1.2. Felületek 246
16.1.3. A nabla 251
16.1.4. Integrálátalakító tételek 252
16.2. Feladatok 253

16. Komplex függvények **261**
16.1. Komplex sorozatok, végtelen sorok 261
16.2. Komplex hatványsorok 262
16.3. Komplex függvény folytonossága 265
16.4. Komplex függvény határértéke 266
16.5. Komplex függvény differenciálhatósága 267
16.6. Komplex függvények integrálja 270
16.6.1. Primitív függvény, az integrál kiszámítása 275
16.7. Taylor-sor, harmonikus függvények 277
16.8. Komplex függvények zérushelyei 279
16.9. Becslések 280
16.10. Komplex függvény maximuma 283
16.11. Laurent-sor 284
16.11.1. Szinguláris helyek 286
16.11.2. A reziduum-tétel 287

www.interkonyv.hu © Mezei István, Faragó István, Simon Péter